

218 - Applications des formules de Taylor.

I) Taylor et analyse réelle [Gou]

Les formules

Th de Bernstein

TCL

DL !

II) Taylor et analyse complexe [Tau]

Séries entières, DSE

III) Points critiques [Rou]

1) Comportement local d'une courbe

2) Comportement local d'une surface

Formule en plusieurs dimensions

Lemme de Morse

Développements :

1 - Théorème de Bernstein [Gou An 250] (***)

2 - Lemme de Morse [Rou 209 + 354] (**)

Bibliographie :

Gourdon - Analyse

Rouvière

Tauvel – Analyse complexe

Rapport du jury : il faut connaître sans hésitations les formules de Taylor des polynômes et certains développements très classiques. Il y a des applications en géométrie et probabilités. On peut penser comme application à la méthode de Laplace, du col ou de la phase stationnaire. Ne pas oublier les formules avec reste intégral. Il est absurde de vouloir donner une formule de Taylor dans un cadre général, sans être capable d'explicitier la dite formule pour des fonctions numériques d'une variable réelle ou d'utiliser les formules de Taylor pour calculer la tangente à une courbe. On fera attention au fait que les développements doivent faire intervenir les formules de Taylor de manière significative. Au hit-parade des formules de Taylor, c'est Taylor-Young qui vient en tête dans l'esprit des candidats, alors que ça devrait être Taylor avec reste intégral !

Questions du jury 2010 :

le candidat présente la loi des événements rares en développements, et proposait aussi Newton pour les polynômes.

Questions :

- Quelle famille de lois binomiales tend vers une loi de Poisson ?
- Pour quelles valeurs de z le développement de Taylor de \log converge ?
- Comment approcher $\ln(2)$? C'est efficace ? Et si on connaît $\ln(1/2)$? Méthode plus rapide ?
- Exo : $f \in C^2$ sur $[0,1]$, $f(0)=f'(0)=f'(1)=0$, $f(1)=1$. Mq qu'il existe a dans $]0,1[$ tq $|f''(a)| > 4$